

# コースティックス法による直交異方性 CFRP 積層材の 応力拡大係数の測定†

広瀬 幸雄\* 川岸 雄一\*\*  
岡本 充\*\*\* 生水 雅之\*

## Measurement of Stress Intensity Factor for Orthotropic CFRP Laminate Material by Caustics Method

by

Yukio HIROSE\*, Yuichi KAWAGISHI\*\*, Mitsuru OKAMOTO\*\*\*  
and Masayuki SHOZU\*

The optical method of caustics is a useful technique for determining the stress intensity factor  $K$ . The method has been mainly applied to isotropic materials. For anisotropic materials, however, the method has not been much studied. In this paper, the method of caustics is examined for a highly orthotropic unidirectionally reinforced carbon-epoxy composite under mode I loading by using a coating technique, and the results are compared with those of finite element analysis. As a result, it was found possible to apply the method of caustics to orthotropic CFRP laminate material.

**Key words:** The method of caustics, Orthotropic materials, Stress intensity factor, Finite element analysis, Initial curve, Three-dimensional stress field

### 1 緒 言

複合材料は優れた力学的特性と比強度に富み、次世代の構造材料として注目されている。また、その軽量さ故に輸送機器などの分野においても、ますます需要が高まっており、安全性評価の上で材料の破壊力学的視点からの研究は不可欠となっている。破壊力学の分野で重要なパラメータの一つである応力拡大係数  $K$  値を実験的に測定する際に有効な光学的手法としてコースティックス法がある。本手法で  $K$  値を測定する際に初期曲線  $r_0$  が測定精度に影響を及ぼすことが指摘されており、<sup>1)~6)</sup> 今日に至るまで数多くの研究がなされている。<sup>7)~15)</sup> しかし、本手法は等方性材料に対して解析と実験を行ったものが多く、異方性材料に対して研究を行った例はあまり多くない。

曹・高橋は直交異方性材料の応力拡大係数を測定する方法を提案し、<sup>16)</sup> その実験結果について報告しているが測定精度については言及していない。M.-C. Baik & S.-H. Choi ら<sup>17)</sup> はマトリックスにアクリル材、ファイバーに銅線を用いた直交異方性モデル材料により種々の評価を行なっている。また、著者らはこれまでにコースティックス法の測定精度に影響を及ぼす因子として試験片板厚および切欠き開口度<sup>5), 6)</sup> さらには混合モード状態<sup>14)</sup> について報告した。そこで本研究では、表面反射型コースティックス法を用いて直交異方性 CFRP 積層材の応力拡大係数の測定について実験的に検討を行い、得られた

結果は有限要素解析により決定した理論的応力拡大係数と比較・検討を行った。また、2 次元および 3 次元有限要素解析を実施し、切欠き先端部の面外変位分布を求め、初期曲線が測定精度に及ぼす影響について考察を加えた。

### 2 異方性材料のコースティックス法の基礎理論<sup>17)</sup>

Fig. 1 に示すように表面反射型の光学系を使用し、切欠きを有する異方性材料に面内引張荷荷を与え、光を入射し、スクリーン上に反射させた場合を考える。切欠き先端における応力集中部では板厚変化により光路程が変

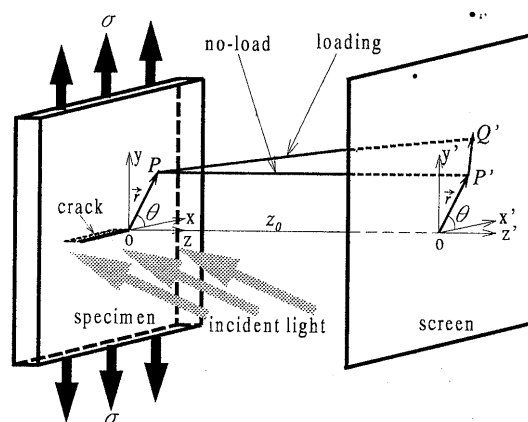


Fig. 1. Schematic illustration of basic principle for method of caustics.

† 原稿受理 平成 9 年 7 月 3 日 Received July 3, 1997

\* 正 会 員 金沢大学理学部計算科学科 〒920-1192 金沢市角間町, Dept. Mat. Sci., & Eng., Kanazawa Univ., Kakuma-machi, Kanazawa, 920-1192

\*\* 学生会員 金沢大学大学院 〒920-1192 金沢市角間町, Graduate Students, Kanazawa Univ., Kakuma-machi, Kanazawa, 920-1192

\*\*\* 金沢大学大学院 〒920-1192 金沢市角間町 (現在 櫛コクヨ), Graduate Students, Kanazawa Univ., Kakuma-machi, Kanazawa, 920-1192

化する。その結果、入射した光の方向が曲げられスクリーン上には光の来ない暗い部分ができ、その周辺には光が集まり明るい包絡線ができる。これがコースティック像であり、この像の大きさ、形状から応力拡大係数を求めることができる。ここで試験片上の点 P に入射した光が受ける偏りベクトル  $\vec{w}$  は次式で表すことができる。<sup>18)</sup>

$$\vec{w} = z_0 \text{grad} \Delta t = z_0 t \text{grad} \varepsilon_z \quad (1)$$

ここで、 $z_0$  は試験片とスクリーンの距離、 $t$  は板厚を示し、 $\varepsilon_z$  は試験片板厚方向のひずみである。各方向に異なる性質を持つ異方性体が異方性を均一に有し、かつ平面応力状態にある場合、 $\varepsilon_z$  は次式で表される。

$$\varepsilon_z = a_{31}\sigma_x + a_{32}\sigma_y + a_{36}\tau_{xy} \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} a_{31} &= -\left( \frac{V_{23}}{E_2} m^2 + \frac{V_{13}}{E_1} l^2 \right) \\ a_{32} &= -\left( \frac{V_{23}}{E_2} l^2 + \frac{V_{13}}{E_1} m^2 \right) \\ a_{36} &= 2 \left( \frac{V_{13}}{E_1} - \frac{V_{23}}{E_2} \right) lm \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ここで  $a_{ij}$  は異方性材料の弾性コンプライアンスを示し、また  $l, m$  は、材料の主軸が  $x$  軸と反時計回りになす角度を  $\beta$  として、 $l = \cos\beta$ ,  $m = \sin\beta$  で表される。なお、本論文では  $\beta$  の値は  $\beta = 0, 90^\circ$  の場合のみに限定している。モード I のみの場合、異方性材料における、き裂周辺の応力分布は極座標  $(r, \theta)$  を用い、一般に次式で表される。<sup>16)</sup>

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \text{Re} \left[ \frac{s_1 s_2}{s_1 - s_2} \left\{ \frac{s_2}{(\cos\theta + s_2 \sin\theta)^{1/2}} - \frac{s_1}{(\cos\theta + s_1 \sin\theta)^{1/2}} \right\} \right] \\ \sigma_y &= \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \text{Re} \left[ \frac{1}{s_1 - s_2} \left\{ \frac{s_1}{(\cos\theta + s_2 \sin\theta)^{1/2}} - \frac{s_2}{(\cos\theta + s_1 \sin\theta)^{1/2}} \right\} \right] \\ \tau_{xy} &= \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \text{Re} \left[ \frac{s_1 s_2}{s_1 - s_2} \left\{ \frac{1}{(\cos\theta + s_1 \sin\theta)^{1/2}} - \frac{1}{(\cos\theta + s_2 \sin\theta)^{1/2}} \right\} \right] \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ここで、 $K$  はモード I 型の応力拡大係数を示し、 $s_1, s_2$  は式 (5) に示す特性方程式の根である。

$$\begin{aligned} a_{22} \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} - 2a_{26} \frac{\partial^4 u}{\partial x^3 \partial y} + (2a_{12} + a_{66}) \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial y^2} \\ - 2a_{16} \frac{\partial^4 u}{\partial x \partial y^3} + a_{11} \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

式 (2), (4) を式 (1) に代入することにより、スクリーン上に来る光の位置  $\vec{W}$  は次式で表せる。

$$\begin{aligned} \vec{W} &= \lambda_m \vec{r} + \vec{w} \\ &= \lambda_m \left[ \{ r \cos\theta + C \cdot K \cdot r^{-3/2} \cdot g_1(\theta) \} \vec{e}_x \right. \\ &\quad \left. + \{ r \sin\theta + C \cdot K \cdot r^{-3/2} \cdot g_2(\theta) \} \vec{e}_y \right] \\ &= x' \cdot \vec{e}_x + y' \cdot \vec{e}_y. \end{aligned} \quad (6)$$

ここで  $\vec{r}$  は Fig. 1 に示すように試験片上における入射光の位置ベクトルであり、 $\vec{e}_x, \vec{e}_y$  はそれぞれ  $x$  方向、 $y$  方向の単位ベクトルである。また、 $\lambda_m$  は光の倍率を示しており、 $z_0$  および試験片と光の焦点の距離  $z_i$  より求まり、 $C$  は  $z_0$ ,  $\lambda_m$  および材料の板厚  $t$  より求まる定数である。 $g_{1,2}(\theta)$  は弾性コンプライアンスと  $\theta$  より求まる定数である。

$$\lambda_m = \frac{z_0 - z_i}{z_i}, C = \frac{z_0 \cdot t}{2\sqrt{2\pi} \cdot \lambda_m} \quad (7)$$

スクリーン上に光の来ない領域ができるということは、数学的には式 (6) が極値を持つことと対応しており、次式に示す Jacobian の関数行列式  $D=0$  を満足しなければならない。

$$D = \frac{\partial(x', y')}{\partial(r, \theta)} = 0. \quad (8)$$

式 (8) を  $r$  について解くと式 (9) となる。

$$r \equiv r_0(\theta) = [3C \cdot K \cdot |c_0(\theta)|]^{\frac{2}{5}} \quad (9)$$

$c_0(\theta)$  は光学定数と呼ばれるもので、材料の機械的性質と関連し  $g_{1,2}(\theta)$  より求まる。また、 $r_0(\theta)$  は初期曲線と呼ばれ、コースティック像を形成する光が試験片に入射した領域を示している。一般に等方性材の場合、初期曲線は切欠き先端を中心とした円周上を示しているが、異方性材の場合、 $r_0(\theta)$  は  $\theta$  の関数となり、材料の弾性コンプライアンスにより変化する。

したがって、スクリーン上におけるコースティック像の形状は式 (6) より次式で表わせる。

$$\left. \begin{aligned} X &= \lambda_m \cdot r_0(\theta) \left[ \cos\theta + \frac{1}{3} |c_0(\theta)|^{-1} g_1(\theta) \right] \\ Y &= \lambda_m \cdot r_0(\theta) \left[ \sin\theta + \frac{1}{3} |c_0(\theta)|^{-1} g_2(\theta) \right] \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

ここで、像の切欠きに対して垂直方向の最大直径を  $D_t^{\max}$ 、また  $D_t^{\max}$  をとる  $\theta$  の値を  $\theta_t^{\max}$ 、さらにその時の初期曲線  $r_0(\theta_t^{\max})$  を  $r_0$  とすると、次の関係が成り立つ。

$$D_t^{\max} = \lambda_m \cdot r_0 \cdot \delta(\theta_t^{\max}) \quad (11)$$

$\delta(\theta_t^{\max})$  は、 $c_0(\theta_t^{\max})$  と  $g_2(\theta_t^{\max})$  より求まる定数であり、特に、等方性材の場合、 $\delta(\theta_t^{\max}) = 3.17$  という関係が成り立つ。なお本研究で用いた CFRP 積層材の場合、 $\theta_t^{\max} = 86.1^\circ$  となっている。

式 (11) に式 (9) を代入することで、応力拡大係数  $K$  は次式で表せる。

$$K = \frac{2\sqrt{2\pi}}{3 \cdot z_0 \cdot t \cdot |c_0(\theta_t^{\max})|} \left( \frac{1}{\lambda_m} \right)^{\frac{3}{2}} \left\{ \frac{D_t^{\max}}{\delta(\theta_t^{\max})} \right\}^{\frac{5}{2}} \quad (12)$$

以上のように、直交異方性材料においてもコースティック法では、最大直径  $D_t^{\max}$  より応力拡大係数を決定することが可能である。

### 3 実験方法

#### 3.1 試験片

今回用いた CFRP 積層材は、板厚  $t = 1.0\text{mm}$  の PAN 系炭素繊維をファイバーとし、エポキシ樹脂配合物をマトリックスとした一方向強化材である。供試材の機械的性質を決定するため JIS K7073 に準拠し、<sup>19)</sup> 複合材料用ひずみゲージを用い、引張試験を行い応力-ひずみに関するデータを求めた。その一例を Fig. 2 に示す。<sup>19), 20)</sup> ここに、 $\omega = 0^\circ$  は材料試験片の長手方向と繊維方向とを同一に、また  $\omega = 90^\circ$  は繊維方向と直角に採取したことを示し、 $\Delta\varepsilon_1, \Delta\varepsilon_2$  はそれぞれの  $\omega$  における、引張方向およびそれに対する直角方向のひずみの変化量を示す。これらの結果に基づき求めた本供試材の機械的性質を Table I にまとめて示す。また、せん断弾性係数  $G_{xy}$  は式 (13) より算出した。

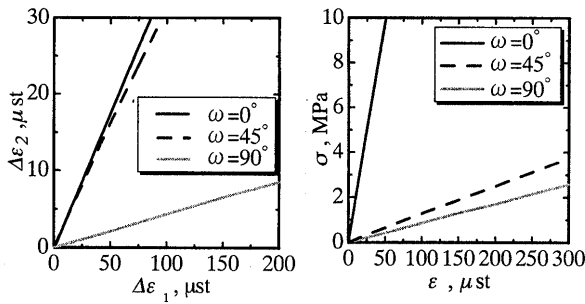


Fig. 2. Relation between stress and strain.

Table I. Mechanical properties of CFRP.

Fiber alignment $\omega$	Young's modulus $E$ (GPa)	Poisson's ratio $\nu$	Shearing modulus $G_{xy}$ (GPa)
$0^\circ$	132	0.34	—
$45^\circ$	13.3	0.30	5.36
$90^\circ$	8.94	0.043	—

$$\frac{1}{G_{xy}} = \frac{4}{E_{45}} - \left( \frac{1}{E_x} + \frac{1}{E_y} - \frac{2\nu_x}{E_x} \right) \quad (13)$$

ここに、 $E_x$ ,  $\nu_x$  は  $\omega = 90^\circ$  における縦弾性係数、ポアソン比を、また  $E_y$  は  $\omega = 0^\circ$  における縦弾性係数を示している。

コースティック法に関する試験片は、まず荷重軸方向が  $\omega = 0^\circ$  となるように購入材より切出した後、Fig. 3 に示す形状に機械加工を施した。切欠きは高速切断機にて予備切欠きを導入後、切欠き先端部はディスクブレードの刃（幅 0.1mm）を適当な大きさに割ったものを用いて、手作業にて仕上げた。その際の切欠き先端の曲率半径は  $\rho = 0.10 \pm 0.02\text{mm}$  であった。

表面反射型コースティック法で明瞭な像を得るには、材料表面の精度が重要であり、一般には表面に鏡面加工を施している。しかし、CFRP 積層材は母材のエポキシ樹脂と繊維の複合材料のため鏡面加工するのは困難であり、表面が粗い状態になる。そこで、本実験では明瞭な

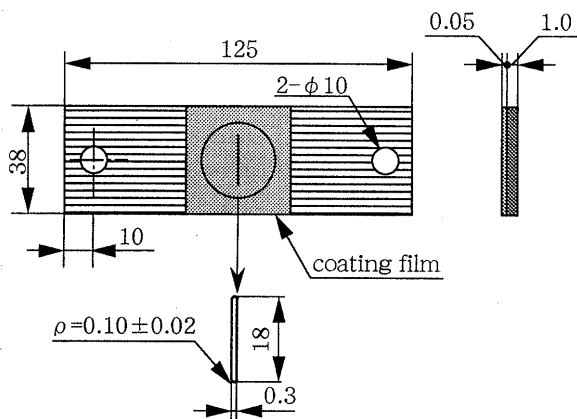


Fig. 3. Shape and dimensions of specimen, in mm.

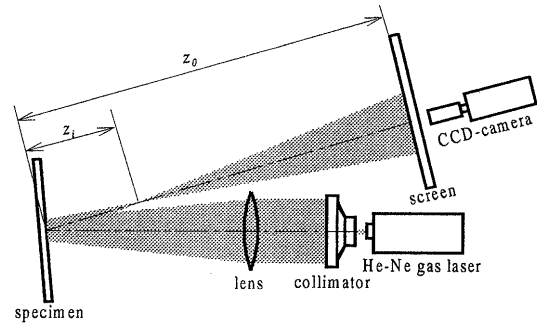


Fig. 4. Schematic illustration of optical equipment.

コースティック像を得るために、試験片表面にエポキシ樹脂をコーティングし、<sup>21)</sup> その表面に金蒸着を施した。その際の皮膜厚さは、平均 0.05mm であった。ここで、皮膜を用いた場合のコースティック法の感度  $\alpha$  は、皮膜が無い場合の光学定数  $c_0$  と、皮膜がある場合の光学定数  $c_0^c$  を用いて、ポアソン比と板厚の関係により以下の式で与えられる。

$$\alpha = \frac{c_0^c}{c_0} = \frac{2(1-\nu_m)\nu_p t_p}{(1-\nu_p)\nu_m t_m} + 1 \quad (14)$$

ここに、 $t$  は板厚、 $\nu$  はポアソン比であり、下添字  $m$  は母材を  $p$  は皮膜材を示している。また母材のポアソン比  $\nu_m = 0.043$ 、皮膜のポアソン比  $\nu_p = 0.36$  とした。本論文で示した測定データはすべて  $c_0$  の代りに  $c_0^c$  を用いて求めたものである。<sup>21)</sup>

### 3・2 実験装置

コースティック法の光学装置として Fig. 4 に示すものを用いた。光源として出力 2mW の He-Ne ガスレーザを用い、光学レール上で適切な光軸合わせを行った後、レーザ光はいったんコリメータで平行光となり、その後両凸レンズにより、収束光となって試験片に入射する。入射光は負荷のかかった試験片の表面を反射し、スクリーン上にコースティック像を形成する。スクリーンにはすりガラスを用い、その面状には 10mm 間隔の平行線が引いてあり、像の大きさを測る際の目安とした。像の測定はスクリーン後方より写真撮影を行い、一部 3 板式カラー CCD カメラ (SONY; DXC-930) により、画像としての取り込みも併せて行い、分解能約 60μm の画像処理装置 (PIAS-III; 有効画素 512 × 480) にて最大直径を測定した。

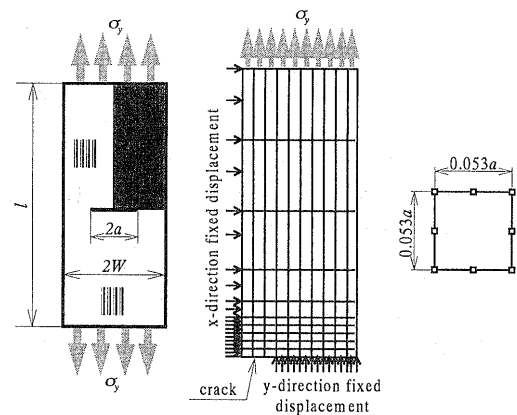
なお本研究においては、 $z_0 = 500\text{mm}$ 、負荷応力  $\sigma = 14.8\text{MPa}$  の一定条件下で  $z_1$  を 50~325mm の範囲で変化させて実験を行った。

### 3・3 有限要素解析および応力拡大係数の決定

本論文では、CFRP 積層材の応力拡大係数の理論値を求めるために 2 次元有限要素解析 (2-D FEM) を用い、また、コースティック法の測定精度と切欠き先端の面外変位分布との関係について議論するために、2-D FEM と 3 次元有限要素解析 (3-D FEM) を用いた。

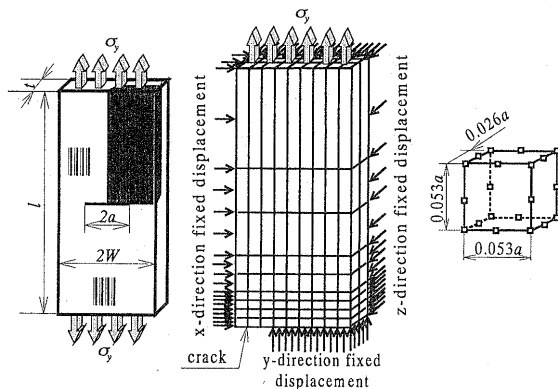
解析は EWS 上の汎用プログラム (MARC-MENTAT II) を用いている。<sup>22)</sup> まず、2-D FEM は最小要素長さをき裂半長  $a$  ( $=9.0\text{mm}$ ) の 0.053 倍とし、要素タイプは 4

角形 8 節点のアイソパラメトリック特異要素<sup>23)</sup>にて単軸引張平面応力条件とし, モデル全体の 1/4 で解析を行った. これらの解析条件について Fig. 5 (a) に示す. Fig. 5 (b) は 3-D FEM の条件であり, 全体の 1/8 モデルを対象として面外変位成分  $u_z$  の解析を行った. 用いた要素は立体 20 節点アイソパラメトリック特異要素で,



Element type	Number of element	Number of nodes
8-nodes plane stress isoparametric element	640	2033

(a) 2-D FEM analysis



Element type	Number of element	Number of nodes
20-nodes solid isoparametric element	800	4805

(b) 3-D FEM analysis

Fig. 5. Crack model for FEM analysis.

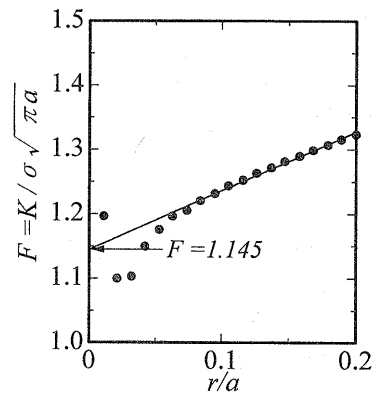


Fig. 6. Determination of non-dimensionalized stress intensity factor on CFRP specimen.

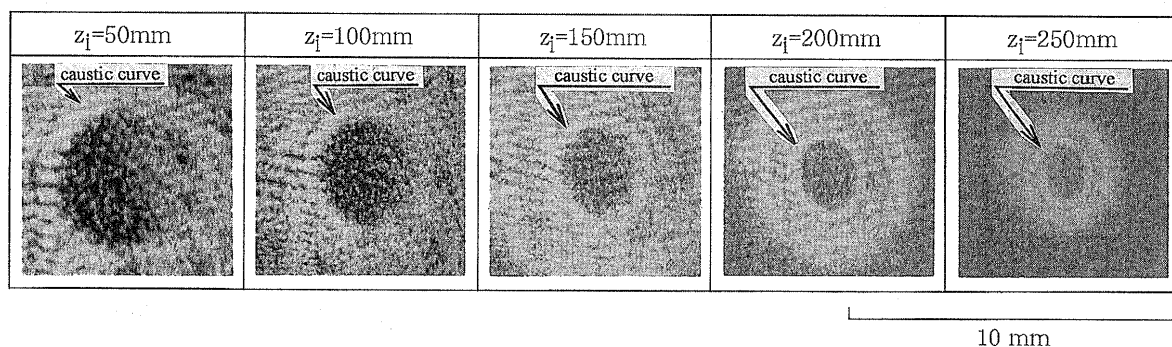
最小要素長さは縦・横  $0.053a$ , 板厚に対しては  $0.026a$  である.

前述したように, 応力拡大係数の理論値  $K_{the}$  の決定には, 2-D FEM にて行い,<sup>23)~25)</sup> これまでの応力外挿法に距離修正法<sup>26)</sup>を適用させ, 精度の向上をはかった. Fig. 6 にその結果を示すが, これより無次元化応力拡大係数  $F = 1.145$  という値が得られた. ここに, 決定した  $F$  の精度を確認するため, 同種問題において結城らの境界要素法の解析例<sup>27)</sup>と比較したところ, 誤差 1% 以内であった.

#### 4 実験結果および考察

##### 4・1 初期曲線の影響

表面反射型の光学装置を用いて負荷応力  $\sigma = 14.8$  MPa,  $z_0 = 500$  mm に統一し,  $z_i$  を変化させることにより得られたコースティック像を Fig. 7 に示す. 一般に CFRP 積層材ではコースティック像がはっきりと得られないが, 本実験では表面にコーティングを施したため, 明瞭な像が得られていることがわかる. また, 実験は試験片から光の焦点までの距離  $z_i$  を変化させているため,  $z_i$  の増加につれて像が小さくなっていくのもわかる. ここで  $z_i$  が大きくなるにつれてコースティック像が上下非対称になっているが, この原因としては切欠き先端部の皮膜厚さが局所的に異なっており,  $z_i$  が大きくなると, つまり  $r_0$  の値が大きくなるとその影響領域が拡大されること, さらに皮膜厚さ内部に生じるひずみ勾配の影響<sup>21)</sup>の 2 つが複合的に作用し, 像の部分的なゆがみとなり,

Fig. 7. Experimental caustic forms of CFRP specimen with coating film ( $\sigma = 14.8$  MPa,  $z_0 = 500$  mm).

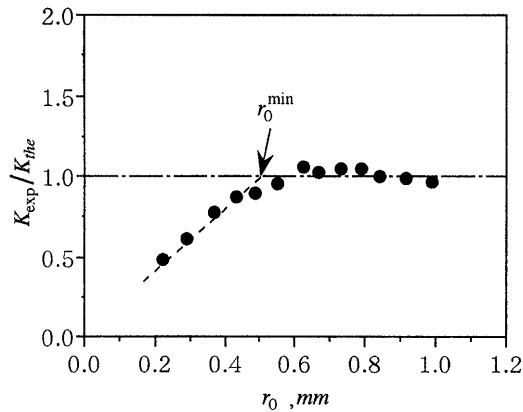


Fig. 8. Relation between initial curve and stress intensity factor.

特に切欠き近傍でそれが現れると考えられる。このことは、本法のように像の垂直方向の最大直径より  $K$  値を算出する場合、精度に及ぼす影響は僅少であると考えられるが、精度を議論する上では重要な問題であり、今後の検討課題としたい。

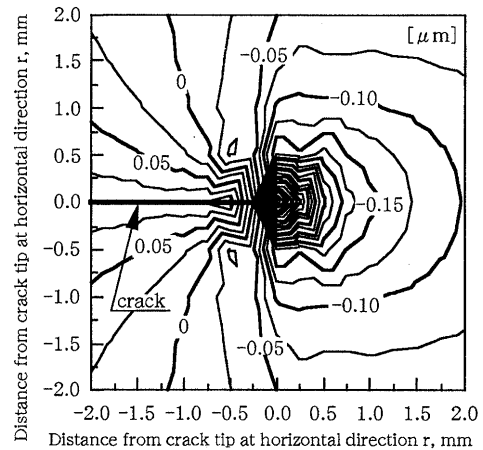
次に、得られた像の切欠きに対して垂直方向の最大直径  $D_t^{\max}$  を式 (12) に代入し、応力拡大係数  $K_{\text{exp}}$  を導出し、2-D FEM より算出した  $K_{\text{the}}$  との比 ( $= K_{\text{exp}}/K_{\text{the}}$ ) を求め、式 (11) より得られる  $r_0$  との関係に整理したものを Fig. 8 に示す。著者らのこれまでの報告<sup>5), 6), 14)</sup>と同様に、 $r_0$  が小さい範囲において像より求めた  $K_{\text{exp}}$  は  $r_0$  に比例的に増加し、 $r_0$  が大きい範囲ではほぼ一定値を示し、 $K_{\text{the}}$  と一致することがわかる。

ここで、 $K_{\text{exp}}/K_{\text{the}} < 0.95$  となるデータを図中に示すように、最小二乗法で直線近似し、その直線と  $K_{\text{exp}}/K_{\text{the}} = 1$  の交点の  $r_0$  を  $r_0^{\min}$  と定めると、 $r_0^{\min}$  は板厚  $t$  と  $r_0^{\min} \approx 0.5t$  という関係にあることがわかる。このことは、コースティックス法の理論は式 (2) に示すように平面応力状態を前提にしているのに対し、実際の試験片では、切欠き先端から離れたところでは平面応力状態となっているが、切欠き先端部では平面応力状態から外れ、3 次元の応力状態になるため、初期曲線が小さい範囲では  $K_{\text{exp}}$  が  $K_{\text{the}}$  より低く現れると考えられる。<sup>1), 3), 28)</sup>そこで、切欠き先端の面外変位分布の形態に注目し、以下の考察を行う。

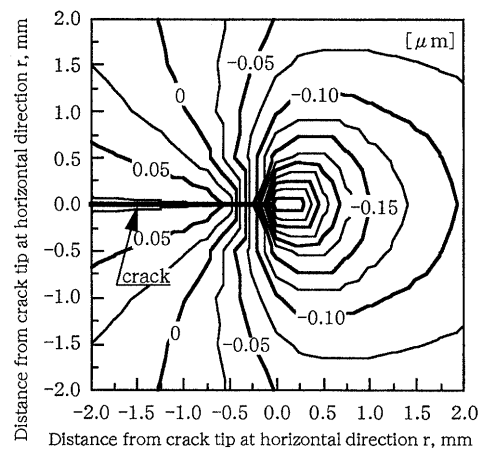
#### 4・2 切欠き先端部の面外変位分布

Fig. 9 は本実験で用いた CFRP 積層材の切欠き先端部における面外変位分布を FEM を用いて解析した結果を示しており、(a) は 2-D、(b) は 3-D のものである。これよりわかるように、いずれの場合も切欠き先端からの距離  $r$  の値が大きい範囲ではほぼ似たような変位が起きており、 $r$  の値が小さくなるにつれて面外変位も大きくなっている。しかし、 $r$  の値が 0mm に近づくと両者の等変位線の間隔に大きな違いが見られ、2-D の方が 3-D より大きく変化し、より大きなひずみ勾配が生じていることがわかる。

そこで、切欠き先端を通りそれに垂直方向における面外変位量  $u_z$  を 2-D と 3-D FEM で求め、整理したものを



(a) 2-D FEM



(b) 3-D FEM

Fig. 9. Distribution of z-direction displacement near the crack tip for CFRP material by 2-D and 3-D FEM.

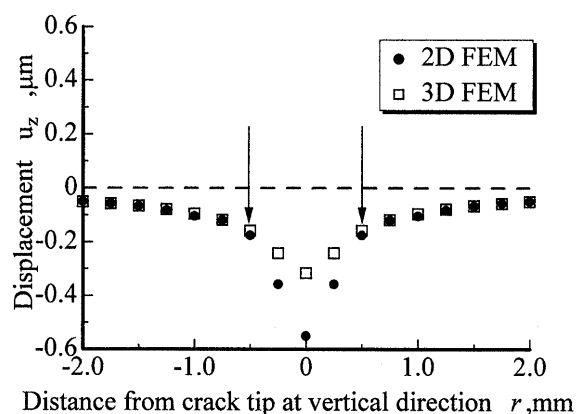


Fig. 10. Displacements of z-direction near the crack tip for CFRP material by 2-D and 3-D FEM.

Fig. 10 に示す。これより、切欠き先端から離れた範囲では両者の変位量はほぼ一致しているが、切欠き先端に近づくにつれて両者の値に違いが見られ、 $|r|$  の値が約 0.5mm 付近より、その差異は大きくなることがわかる。特に Fig. 8 における  $r_0^{\min}$  値と Fig. 10 に示した 2-D と 3-D FEM で求めた面外変位量に違いが出てくる  $|r|$  の値がほぼ一致

しており, このことは  $r_0^{\min}$  が 3 次元応力場の存在する領域と対応関係をなすものと考えることができる.

## 5 結 言

表面反射型コースティックス法を直交異方性 CFRP 積層材に適用し, 応力拡大係数の測定を行い, 2 次元有限要素解析より求めた理論値と比較した. また, 初期曲線が測定精度に及ぼす影響について着目し, その測定精度を 2 次元および 3 次元有限要素解析より求めた面外変位分布と比較し, 検討を行ったところ, 以下のような結論が得られた.

(1) 直交異方性 CFRP 積層材にもコースティックス法は適用可能であり, 測定時の  $r_0$  が本研究で求められた  $r_0^{\min}$  より大きい範囲において正確な応力拡大係数をコースティックス像の最大直径より測定することができた.

(2) 直交異方性 CFRP 積層材の場合の  $r_0^{\min}$  の大きさは板厚の半分程度となり, 従来の等方性材料の場合と同じ傾向が得られた.

(3) 2 次元および 3 次元有限要素解析を行い, 直交異方性材料の切欠き先端の変位分布を調べたところ, 切欠き先端ごく近傍では, 両者の間に違いが見られ, その領域は  $r_0^{\min}$  とほぼ一致した.

## 参 考 文 献

- 1) 島田平八, 佐々木敏彦, 日本機械学会論文集, **A-49**, 579 (1983).
- 2) 佐々木敏彦, 島田平八, 非破壊検査, **32**, 390 (1983).
- 3) 鈴木新一, 細田康司, 日本機械学会論文集, **A-55**, 1974 (1989).
- 4) 末次正寛, 清水紘治, 高橋 賞, 日本非破壊検査協会講演概要集 (秋季大会), p.165 (1994).
- 5) 生水雅之, 川岸雄一, 佐々木敏彦, 広瀬幸雄, 日本機械学会論文集, **A-62**, 394 (1996).
- 6) 生水雅之, 佐々木敏彦, 広瀬幸雄, 非破壊検査, **44**, 337 (1995).
- 7) 末次正寛, 清水紘治, 高橋 賞, 日本機械学会論文集, **A-58**, 775 (1992).
- 8) 末次正寛, 清水紘治, 高橋 賞, 日本機械学会論文集, **A-59**, 693 (1993).
- 9) 清水紘治, 津曲 治, 金本克也, 高橋 賞, 非破壊検査, **43**, 783 (1994).
- 10) 西岡俊久, 橘高弘幸, 日本機械学会論文集, **A-54**, 1061 (1988).
- 11) 橘高弘幸, 西岡俊久, 日本機械学会論文集, **A-55**, 568 (1989).
- 12) 西岡俊久, 村上竜一, 松尾 諭, 日本機械学会講演論文集, No.904-1, 74 (1990).
- 13) 西岡俊久, 村上竜一, 大石幸治, 前田直美, 日本機械学会論文集, **A-58**, 1353 (1992).
- 14) 広瀬幸雄, 生水雅之, 川岸雄一, 佐々木敏彦, 平島健一, 材料, **45**, 131 (1996).
- 15) 村上竜一, 西岡俊久, 松尾 諭, 橘高弘幸, 日本機械学会論文集, **A-58**, 400 (1992).
- 16) 曹 岩, 高橋 賞, 日本機械学会論文集, **A-59**, 1526 (1993).
- 17) M. C. Baik, S. H. Choi, J. S. Hawong and J. D. Kwon, Exp. Mech., p.137 (1995).
- 18) P. Manogg, Glastechnische Berichte, **39**, 323 (1966).
- 19) JIS K 7073 (1988) 日本規格協会.
- 20) L. A. Carlsson and R. B. Pipes, “高性能複合材料の実験的評価”, p.99 (1990) 古今書院.
- 21) 清水紘治, 高橋 賞, 非破壊検査, **40**, 804 (1991).
- 22) “非線形構造解析 FEM プログラム Marc K-4 要素ライブラリー”, B (1992) 日本マーク株.
- 23) 日本機械学会編, “固体力学におけるコンピュータアナリシス”, p.136 (1986) コロナ社.
- 24) 中西 博, 中村 守, 赤崎智康, 鈴木 恵, 日本機械学会論文集, **A-47**, 790 (1981).
- 25) 驚津久一郎, 宮本 博, 山田嘉昭, 山本善之, 川井忠彦, “有限要素法ハンドブック I 基礎編”, p.305 (1981) 培風館.
- 26) 藤崎 渉, 田中哲志, 井上重文, 材料, **45**, 1083 (1996).
- 27) 結城良治, 許 金泉, 日本機械学会論文集, **A-57**, 1542 (1991).
- 28) A. J. Rosakis and K. Ravichandar, Int. J. Solids Structures, **22**, 121 (1986).